

Analiza, zadania domowe, Tomasz Kułaga
Zestaw IV

1. Oblicz pochodne funkcji:

(a) $f(x) = \frac{\ln x}{1+x^2}$,

(b) $f(x) = \arcsin \frac{2}{x}$,

(c) $f(x) = x \cdot \arcsin x + \sqrt{1-x^2}$,

(d) $f(x) = \sin x^{\cos x}$,

(e) $f(x) = x^{x^x}$,

(f) $f(x) = \sqrt{\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}}$,

(g) $f(x) = \arctg \sqrt{x^2-1} - \frac{\ln x}{\sqrt{x^2-1}}$,

(h) $f(x) = \ln |\ln |x||$.

2. Zbadaj różniczkowalność w całej dziedzinie funkcji

(a) $f(x) = \begin{cases} x^2 \cdot \arctg \frac{1}{x} & \text{dla } x \neq 0 \\ 0 & \text{dla } x = 0, \end{cases}$

(b) $f(x) = \begin{cases} \sin x & \text{dla } x < 0 \\ x & \text{dla } x \geq 0. \end{cases}$

3. Oblicz $f'(3)$, gdy

(a) $f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x - 4x < 3 \\ -x & \text{dla } x \geq 3, \end{cases}$

(b) $f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{3}} \cdot x & \text{dla } x > 3 \\ e^{-\frac{1}{x}} & \text{dla } 0 < x \leq 3 \\ 0 & \text{dla } x < 0. \end{cases}$

4. Oblicz kąt, pod jakim przecinają się

(a) wykres $f(x) = \sin x$ i oś OX ,

(b) wykresy funkcji $f(x) = \sin x$ i $g(x) = \cos x$,

(c) wykresy funkcji $f(x) = x^2 + 3$ i $g(x) = 2x + 1$.

5. W jakim punkcie krzywej logarytmicznej $f(x) = \ln x$ styczna jest równoległa do prostej $y = 2x$?